

Интегральные уравнения и вариационное исчисление.

Интегральные уравнения.

Классификация линейных интегральных уравнений. Уравнения Фредгольма и Вольтерра первого и второго рода.
Линейные непрерывные операторы в банаховых пространствах. Норма линейного оператора. Непрерывность интегральных операторов.
Полнота пространства линейных непрерывных операторов
Теорема о существовании обратного линейного оператора.
Сопряженный оператор. Сопряженный интегральный оператор. Самосопряженный операторы. Свойство собственных значений и собственных векторов самосопряженных операторов.
Компактные операторы и их простейшие свойства. Компактность интегральных операторов.
Теорема Гильберта-Шмидта и Гильберта для самосопряженного компактного оператора. Существование собственных значений и собственных функций у интегрального оператора с симметричным ядром.
Уравнения Фредгольма. Теоремы Фредгольма. Альтернатива Фредгольма.
Свойства решений интегрального уравнения Фредгольма второго рода.
Решение интегрального уравнения Фредгольма второго рода методом последовательных приближений.
Решение уравнения Вольтерра второго рода. Метод последовательных приближений.
Задача Штурма-Лиувилля. Сведение задачи Штурма-Лиувилля к интегральному уравнению.
Свойства собственных значений и собственных функций задачи Штурма-Лиувилля.
Понятие о корректно и некорректно поставленных задачах.
Метод А.Н.Тихонова регуляризации решения уравнения Фредгольма первого рода

Вариационное исчисление

Понятие функционала. Первая вариация функционала. Необходимое условие экстремума.
Вариационная задача с закрепленными границами. Уравнение Эйлера-Лагранжа.
Задачи с подвижной границей.
Достаточные условия экстремума.
Задачи на условный экстремум.